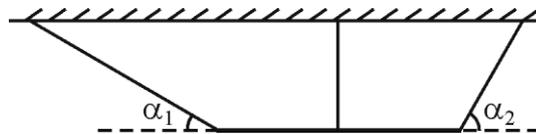


Задача 1.

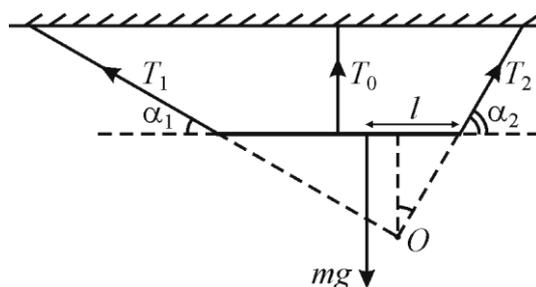
5 баллов

Тонкий неоднородный стержень подвесили на трех легких нерастяжимых нитях, прикрепленных точно к краям и к середине стержня (см. рисунок). Крайние нити наклонены под углами $\alpha_1 = 30^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$ к горизонту, стержень горизонтален, а средняя нить вертикальна. Длина стержня $L = 40$ см. Силы натяжения центральной и правой нитей равны друг другу: $T_0 = T_2 = 12$ Н. Найдите вес стержня и расстояние от его правого конца до центра масс.



Решение:

Линии действия сил натяжения крайних нитей пересекаются в точке O . Так как стержень находится в равновесии, то суммы проекций всех сил на горизонталь и на вертикаль должны быть равны нулю:



$$T_1 \cos \alpha_1 - T_2 \cos \alpha_2 = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} T_0 = \frac{T_0}{\sqrt{3}},$$

$$T_0 + T_1 \sin \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_2 - mg = 0 \Rightarrow$$

$$mg = T_0 \left(1 + \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 \right) = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} T_0.$$

Как видно, вес стержня $P = mg = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} T_0 \approx 26$ Н.

В уравнение моментов, записанное относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка, войдут только сила тяжести и сила натяжения средней нити, линии действия которых вертикальны. Пусть l – искомое расстояние от правого конца стержня до центра масс. Из рисунка следует, что расстояние от вертикальной линии, проходящей через точку O , до правого конца стержня равно $L \sin^2 \alpha_1$ (обратим внимание, что линии действия сил натяжения крайних нитей перпендикулярны, поскольку $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$). Тогда уравнение моментов относительно указанной оси имеет вид:

$$mg(l - L \sin^2 \alpha_1) - T_0 \left(\frac{L}{2} - L \sin^2 \alpha_1 \right) = 0 \Rightarrow l = L \left[\sin^2 \alpha_1 + \frac{T_0}{mg} \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \alpha_1 \right) \right].$$

Подставляя в это соотношение значение $\frac{T_0}{mg} = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_1 + \sin(\alpha_1 + \alpha_2)} = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_1 + 1} = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$, получаем:

$$l = L \left[\sin^2 \alpha_1 + \frac{\cos \alpha_1 (1 - 2 \sin^2 \alpha_1)}{2[\cos \alpha_1 + \sin(\alpha_1 + \alpha_2)]} \right] = \frac{1 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \frac{L}{2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} L \approx 14,6 \text{ см.}$$

ОТВЕТ: вес стержня $P = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} T_0 \approx 26$ Н, расстояние от правого конца стержня до его центра

масс $l = \frac{1 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \frac{L}{2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} L \approx 14,6$ см.

Критерии:

Записано условие равенства нулю суммы проекций всех сил на горизонталь – 1 балл;

Записано условие равенства нулю суммы проекций всех сил на вертикаль – 1 балл;

Записано уравнение моментов – 1 балл;

Получен правильный ответ для веса – 1 балл;

Найдено положение центра масс стержня – 1 балл.

Всего – 5 баллов.

Задача 2.

4 балла

Допустим, что на отбитый кусок мяса массой $M = 200$ г с температурой $t_0 = 0,01$ °С вылили $m = 30$ г спирта. Спирт быстро испаряется, и поэтому можно считать, что за время его испарения спирт и мясо обмениваются теплотой только между собой. Предположим, что мясо на 70% состоит из воды, и что объем белковых волокон мяса слабо изменяется при небольшом охлаждении. Что произойдет с белковыми волокнами в результате испарения спирта? Оцените, на сколько кубических сантиметров увеличится объем мяса после того, как весь спирт испарится? Удельная теплота парообразования спирта $r = 906$ кДж/кг, удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг, плотности воды и льда $\rho_0 = 1000$ кг/м³ и $\rho = 900$ кг/м³ соответственно.

Решение:

Теплота испарения спирта будет забираться у воды, которая практически сразу начнет замерзать. Пренебрегая небольшим количеством теплоты, которое выделится при остывании воды и белка от начальной температуры до 0 °С, запишем уравнение теплового баланса:

$$\lambda \Delta M = rm \Rightarrow \Delta M = \frac{r}{\lambda} m \approx 79,94 \text{ г},$$

что меньше начальной массы воды (равной $0,7M = 140$ г). Объем мяса увеличивается за счет того, что объем образовавшегося льда больше объема замерзающей воды. Поскольку вода находится в тканях (между белковыми волокнами), то при ее замерзании и расширении льда волокна рвутся, и мясо становится более «рыхлым» и мягким.

Увеличение объема мяса

$$\Delta V = \frac{\Delta M}{\rho} - \frac{\Delta M}{\rho_0} = \frac{r(\rho_0 - \rho)}{\lambda \rho_0 \rho} m \approx 8,9 \text{ см}^3.$$

ОТВЕТ: белковые волокна будут «разрываться» растущими кристалликами льда, объем мяса увеличится на $\Delta V = \frac{r(\rho_0 - \rho)}{\lambda \rho_0 \rho} m \approx 8,9 \text{ см}^3$.

Критерии:

Указано, что при испарении спирта находящаяся в мясе вода будет замерзать – 1 балл;

Записано уравнение теплового баланса для испарения спирта и замерзания воды – 1 балл;

Указано, что при замерзании воды она расширяется, и кристаллы льда рвут волокна мяса – 1 балл;

Найдено на сколько увеличится объем мяса – 1 балл;

Всего – 4 балла.

Задача 3.

5 баллов

Гелий, занимающий объем $V_0 = 1$ л, находится под давлением $p_0 = 10^5$ Па при комнатной температуре. Из этого состояния гелий медленно расширяется, и при этом полное количество теплоты, которым он обменивается с окружающей средой, оказывается положительным и в 5 раз меньшим совершенной им работы. Найдите максимально возможное значение работы, совершенной гелием в этом процессе.

Решение:

При заданной температуре гелий можно считать одноатомным идеальным газом. Значит, его внутренняя энергия $U = \frac{3}{2} pV$. В соответствии с первым началом термодинамики и условием задачи в данном процессе

$$Q = A + \Delta U = \frac{A}{5} \Rightarrow A = -\frac{5}{4} \Delta U = -\frac{5}{4} (U_k - U_0),$$

где U_k – внутренняя энергия гелия в конечном состоянии.

Так как гелий расширяется, то $A > 0$ (из условия также понятно, что $Q > 0$). Таким образом, $\Delta U < 0$. Поскольку начальное значение внутренней энергии гелия $U_0 = \frac{3}{2} p_0 V_0$, а в конечном состоянии $U_k > 0$, то $A < \frac{5}{4} U_0 = \frac{15}{8} p_0 V_0 = 187,5$ Дж.

$$\text{ОТВЕТ: } A < \frac{5}{4} U_0 = \frac{15}{8} p_0 V_0 = 187,5 \text{ Дж.}$$

Критерии:

Записано первое начало термодинамики – 1 балл;

Правильно определены знаки входящих в него величин – 1 балл;

Получено неравенство, определяющее максимальную работу газа – 1 балл;

Внутренняя энергия газа выражена через его объем и давление – 1 балл;

Получен окончательный численный ответ – 1 балл.

Всего – 5 баллов.

Задача 4.

5 баллов

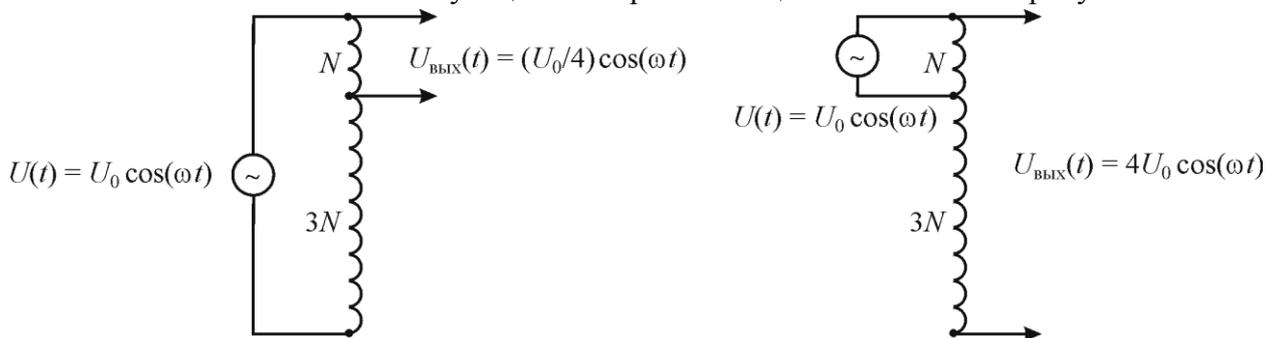
Блок питания дает переменное напряжение $U = U_0 \cos \omega t$, где $U_0 = 12$ В. У лаборанта имеются соединительные провода с очень малыми сопротивлениями и идеальный трансформатор с двумя отдельными обмотками, числа витков в которых отличаются в 3 раза. Каждая обмотка трансформатора имеет только два вывода, которые идут от ее концов. Лаборант поспорил с коллегой из соседней лаборатории, что сможет при помощи перечисленного оборудования получить переменное напряжение, амплитуда которого будет отличаться от U_0 в 4 раза. Нарисуйте все возможные электрические схемы цепей, собрав которые лаборант сможет выиграть спор.

Решение:

Пусть число витков провода в одной катушке равно N , а в другой катушке $3N$. Сразу заметим, что, используя трансформатор в обычном режиме, выиграть спор невозможно (он будет повышать или понижать напряжение в 3 раза).

Соединим обмотки трансформатора последовательно так, чтобы витки оказались включены в одну сторону. Тогда мы получим одну сверхдлинную катушку с числом витков $4N$. Подсоединив источник к выводам этой сверхдлинной катушки и снимая напряжение с выводов короткой катушки (в которой N витков), мы получим напряжение с амплитудой $U_0/4 = 3$ В. Если же подсоединить источник к выводам короткой катушки (в которой N витков) и снимать напряжение с выводов полученной сверхдлинной катушки (в которой $4N$ витков), то мы получим напряжение с амплитудой $4U_0 = 48$ В. Такая конструкция называется *автотрансформатором*.

ОТВЕТ: Схемы соответствующих электрических цепей показаны на рисунке.



Критерии:

Явно (в любом месте решения) указаны значения амплитуд выходных напряжений, которые может получить лаборант – по 0,5 балла за каждое значение (3 В и 48 В) – всего 1 балл

Предложена одна схема и объяснено, как она работает – 2 балла (за отсутствие правильных объяснений снимается 1 балл);

Предложена вторая схема и объяснено, как она работает – 2 балла (за отсутствие правильных объяснений снимается 1 балл);

Всего – 5 баллов.