

### Решения и критерии оценивания

#### Задача 1

К нижнему концу вертикально расположенной лёгкой пружины жёсткостью  $k$  прикреплен груз массой  $m$ . Сначала верхний конец пружины удерживают неподвижно, груз покоится. Затем верхний конец начинают двигать вверх с постоянной скоростью  $V$ .

1) Найдите минимальное и максимальное значение скорости груза в процессе его движения.

2) Считая, что верхний конец пружины достиг скорости  $V$  практически мгновенно, найдите, через какое время после начала движения скорость груза в первый раз станет максимальной?

#### Решение

Перейдём в инерциальную систему отсчёта, равномерно движущуюся вверх со скоростью  $V$ . В этой системе отсчёта верхний конец пружины неподвижен, а груз в начальный момент имеет скорость  $V$ , направленную вниз. Ясно, что в этой системе отсчёта груз будет совершать гармонические колебания относительно начального положения, причём проекция его скорости на ось, направленную вертикально вверх, будет меняться от  $-V$  до  $V$ . Значит, в лабораторной системе отсчёта проекция скорости груза на ту же ось будет изменяться от  $0$  до  $2V$  – это и есть искомые минимальное и максимальное значения скорости груза.

В первый раз скорость станет максимальной через половину периода колебаний, то есть через время  $t = \pi\sqrt{m/k}$ .

**Ответ:** 1) минимальное и максимальное значение скорости груза в процессе его движения равны  $0$  и  $2V$ . 2) В первый раз скорость станет максимальной через время  $t = \pi\sqrt{m/k}$ .

#### Критерии оценивания

Осуществлен переход в ИСО, в которой конец пружины покоится – 1 балл.

Замечено, что в новой ИСО груз совершает гармонические колебания – 1 балл.

Найдены минимальное и максимальное значения проекции скорости груза в новой ИСО – 1 балл.

Найдены минимальное и максимальное значение скорости груза в лабораторной СО – 1 балл.

Найдено время, через которое скорость станет максимальной в первый раз – 1 балл.

ВСЕГО: 5 баллов.

#### Задача 2

Паровой котёл частично заполнен водой, а частично – смесью воздуха и насыщенного пара при температуре  $t_1 = 100$  °С. Начальное давление в котле  $p_1 = 200$  кПа (атмосферное давление  $p_a = 100$  кПа). Найдите давление  $p_2$  в котле после понижения температуры в нем до  $t_2 = 20$  °С. Давление насыщенного водяного пара при температуре  $t_2$  составляет  $p_{п2} = 2,3$  кПа.

#### Решение

Давление насыщенного водяного пара при  $t_1 = 100$  °С равно атмосферному давлению  $p_a$  (условие начала кипения). Значит, парциальное давление сухого воздуха вначале равно  $p_{в1} = p_1 - p_a = 100$  кПа. Парциальное давление сухого воздуха после понижения температуры найдём из закона Шарля:  $p_{в2} = p_{в1} \cdot \frac{t_2 + 273}{t_1 + 273} \approx 78,6$  кПа. Поскольку в котле есть вода, пар и после охлаждения

будет насыщенным, и его парциальное давление будет равно  $p_{п2} = 2,3$  кПа. По закону Дальтона, давление в котле после охлаждения будет равно  $p_2 = p_{в2} + p_{п2} \approx 80,9$  кПа.

**Ответ:** давление в котле после понижения температуры будет равно  $p_2 \approx 80,9$  кПа.

#### Критерии оценивания

Найдено начальное давление насыщенного пара – 1 балл

Найдено начальное парциальное давление воздуха – 1 балл

Найдено конечное парциальное давление воздуха – 1 балл

Замечено, что в конечном состоянии пар будет насыщенным и указано его парциальное давление – 1 балл

Найдено давление в котле после понижения температуры – 1 балл.

ВСЕГО: 5 баллов.

### Задача 3

Плоский конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения с номиналом  $U$ . Параллельно обкладкам этого конденсатора, расстояние между которыми равно  $d$ , помещают тонкую равномерно заряженную пластину с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . Пластина находится на расстоянии  $d/3$  от положительно заряженной обкладки. Найдите работу, совершенную источником за время внесения пластины в конденсатор и установления равновесия в системе. Площади пластины и обкладок конденсатора одинаковы и равны  $S$ .

#### Решение

Пусть  $q$  — начальный заряд конденсатора,  $q_1$  — конечный заряд конденсатора. Искомая работа, совершённая источником, равна  $A = U(q_1 - q)$ . Ёмкость плоского конденсатора  $C = \epsilon_0 S / d$ , откуда заряд  $q = CU = \epsilon_0 SU / d$ . После внесения пластины и установления равновесия каждая обкладка

будет создавать электрическое поле с модулем напряженности  $E_1 = \frac{q_1}{2S\epsilon_0}$ , а пластина,

соответственно,  $E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  (в соответствии с формулой для напряженности поля бесконечной

заряженной плоскости). По принципу суперпозиции, проекция напряженности поля на ось, перпендикулярную плоскости обкладок и направленную от положительно к отрицательно

заряженной обкладке, между положительной обкладкой и пластиной  $E_- = 2E_1 - E_2 = \frac{q_1}{S\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ , а

между пластиной и отрицательной обкладкой  $E_+ = 2E_1 + E_2 = \frac{q_1}{S\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ . Поэтому напряжение на

конденсаторе равно

$$U = E_- \cdot \frac{d}{3} + E_+ \cdot \frac{2d}{3} = \left( \frac{q_1}{S\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) \frac{d}{3} + \left( \frac{q_1}{S\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) \frac{2d}{3} = \frac{q_1 d}{3\epsilon_0} + \frac{\sigma d}{6\epsilon_0}.$$

Отсюда  $q_1 = \frac{\epsilon_0 SU}{d} - \frac{\sigma S}{6} = q - \frac{\sigma S}{6}$ . Поэтому искомая работа источника равна

$$A = U(q_1 - q) = -\frac{\sigma SU}{6},$$

то есть источник (батарея) будет заряжаться за счет совершения работы внешними силами при помещении пластины в конденсатор.

**Ответ:** источник совершит работу  $A = -\frac{\sigma SU}{6}$ .

#### Критерии оценивания

Найден начальный заряд конденсатора – 0,5 балла

Найдена напряженность поля, создаваемого каждой из обкладок конденсатора – 1 балл

Найдена напряженность поля, создаваемого пластиной – 1 балл

Найдена напряженность поля внутри конденсатора в зазорах  $d/3$  и  $2d/3$  – 1 балл (по 0,5 балла)

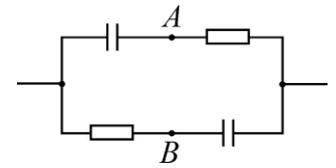
Найден конечный заряд конденсатора – 1 балл

Найдена работа источника – 0,5 балла

ВСЕГО: 5 баллов.

#### Задача 4

Электрическая цепь, схема которой показана на рисунке, состоит из двух одинаковых резисторов сопротивлением  $R = 1$  кОм и двух одинаковых конденсаторов ёмкостью  $C = 10$  нФ. Цепь подключена к источнику переменного тока с действующим (эффективным) напряжением 220 В. Что покажет идеальный вольтметр, подключенный к клеммам  $A$  и  $B$ ? Прибор показывает действующее (эффективное) значение напряжения.



#### Решение

При подключении идеального вольтметра по верхнему и по нижнему участку цепи будет течь одинаковый ток. Поэтому на векторной диаграмме напряжения на верхнем и нижнем резисторе будут представлены равными векторами, то же можно сказать о напряжениях на конденсаторах. Причём векторы напряжения на резисторе и на конденсаторе будут перпендикулярны. Напряжение источника — сумма этих векторов, а напряжение на вольтметре — разность. Но, поскольку векторы перпендикулярны, то и их сумма, и их разность будут иметь одинаковый модуль. То есть вольтметр покажет 220 В.

**Ответ:** вольтметр покажет 220 В.

#### Критерии оценивания

Указано, что по верхней и по нижней ветви цепи текут одинаковые токи – 1 балл

На векторной диаграмме показаны векторы напряжения на резисторе и напряжения на конденсаторе (или описано словами, как они ориентированы) – 1 балл

Указано, что сумма этих векторов – это напряжение на источнике – 1 балл

Указано, что разность этих векторов – это напряжение на вольтметре – 1 балл

Замечено, что модули двух вышеуказанных векторов равны, и найдено показание вольтметра – 1 балл

**ВСЕГО:** 5 баллов.

### Задача 5

У школьника имеется динамометр, стакан с водой и небольшой шарик из неизвестного материала, к которому прикреплена лёгкая нить. Плотность воды  $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$ , шарик тонет в воде.

1) Предложите способ, позволяющий школьнику с помощью имеющегося оборудования определить плотность  $\rho$  материала шарика.

2) Пусть абсолютная погрешность измерения веса при помощи динамометра составляет 0,1 Н. Оцените, при каком радиусе  $R$  шарика определить его плотность с приемлемой точностью при помощи имеющегося оборудования не удастся.

### Решение

С помощью динамометра нужно измерить вес шарика в воздухе  $P_1 = mg$ , где  $m$  – масса шарика. Затем нужно измерить вес шарика, когда он полностью погружен в воду – он будет равен разности модулей силы тяжести и силы Архимеда:  $P_2 = mg - \rho_0 gV$ , где  $V$  – объём шарика. Таким образом,

$$gV = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0}. \text{ Окончательно, } \rho = \frac{m}{V} = \frac{P_1}{g} \cdot \frac{\rho_0 g}{P_1 - P_2} = \rho_0 \frac{P_1}{P_1 - P_2}.$$

Для того, чтобы можно было применить полученную формулу и получить разумный результат, нужно, чтобы разность  $P_1 - P_2$  превышала  $\sim 0,2 \text{ Н}$  – иначе абсолютная погрешность этой разности превысит ее саму. Следовательно,  $P_1 - P_2 = \rho_0 gV > 0,2 \text{ Н}$  и формулу можно применять при

$$V > \frac{0,2}{\rho_0 g} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 = 20 \text{ см}^3. \text{ Это соответствует радиусу шарика } R = \left( \frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} \approx 1,7 \text{ см. При меньшем}$$

значении  $R$  погрешность измерения плотности шарика будет неприемлемо высокой.

**Ответ:** 1)  $\rho = \rho_0 \frac{P_1}{P_1 - P_2}$ , где  $P_1$  и  $P_2$  – вес шарика в воздухе и в воде. 2) Измерения дадут

приемлемый по точности результат при радиусе шарика  $R > 1,7 \text{ см}$ .

### Критерии оценивания

Выказана идея о необходимости взвешивания шарика в воздухе и в воде – 1 балл

Предложен метод измерения плотности и получена конечная формула для ее вычисления при известных значениях веса шарика в воздухе и в воде – 1 балл

Проведен анализ полученной формулы и обнаружено, что наиболее существенные погрешности могут получаться при вычислении разности весов шарика в воздухе и в воде – 1 балл

Сделана оценка для минимального объема шарика, при котором указанная разность весов превышает погрешность ее измерения – 1 балл

Оценен минимальный радиус шарика, при котором измерения предложенным способом дадут приемлемый по точности результат – 1 балл

ВСЕГО: 5 баллов