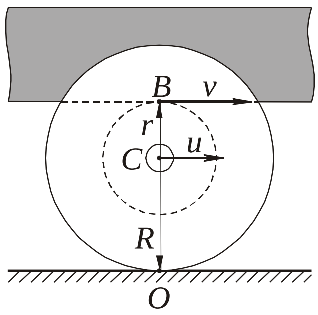
Конкурс по физике. Ответы и решения

В скобках указано максимальное количество баллов за задачу.

1. (5) Беговые лыжи имеют характерный изгиб (он называется весовой прогиб), из-за которого лежащая на полу лыжа касается его только передней и задней частью. Для человека лыжи подбираются так, что когда он стоит на них на двух ногах, прогиб под его ботинками не достает до земли, а когда переносит весь вес на одну ногу — лыжа распрямляется и касается земли всей своей поверхностью. Отсюда метод смазывания лыж: в момент отталкивания почти весь вес человека приходится на толкающую ногу, лыжа выпрямляется, и нескользящая мазь позволяет оттолкнуться от снега. А когда человек скользит или едет под горку, его вес равномерно распределяется между двумя ногами, и лыжи касаются снега только своими концами, смазанными хорошо скользящей мазью.

2. (5) **Первое решение («детское», но вполне допустимое).** Представим себе, что катушка сделает один оборот вокруг своей оси. По столу она тогда прокатится на расстояние L, равное длине внешней окружности боковин (потому что катится без проскальзывания). Смещение бруска относительно катушки будет равно длине окружности валика l (брусок по валику не проскальзывает). Поскольку радиус валика в два раза меньше радиуса боковин, длина его окружности тоже в два раза меньше: $l = L/2$. Смещение бруска относительно стола S будет суммой его смещения по катушке и перемещения катушки по столу: $S = L + l = 1{,}5L$. Оно, как видим, оказывается в 1,5 раза больше перемещения катушек. Если брусок переместить на 12 см, то катушки прокатятся на расстояние L = 12 см : 1,5 = 8 см.



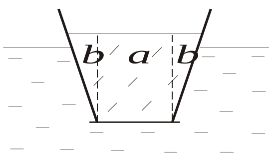
Второе решение («взрослое»). Поскольку катушка катится без проскальзывания, ее мгновенный центр вращения (в системе отсчета стола) совпадает с ее нижней точкой O. Мгновенная скорость верхней точки валика B равна скорости бруска v, потому что брусок по валику также не проскальзывает. Пусть u — скорость центра катушки (точки C). Поскольку скорость точки твердого тела пропорциональна расстоянию до мгновенного центра вращения, то

$$\frac{u}{v} = \frac{OC}{OB} = \frac{R}{R+r} = \frac{2\text{ см}}{2\text{ см} + 1\text{ см}} = \frac{2}{3}$$

Таким образом, в любой момент $u = (2/3)v$. Значит, и перемещение катушки S составляет 2/3 от перемещения бруска L: $S = (2/3)L$ = 8 см.

3. (5) Когда мы дуем на пальцы, чтобы их согреть, мы довольно широко открываем рот, в результате выдыхаемый нами воздух идет через большое отверстие и скорость его потока оказывается маленькой. Пальцы мы при этом располагаем у самого рта. Выдыхаемый нами воздух имеет (на выходе изо рта) температуру нашего тела, которая обычно выше, чем температура окружающей среды. Поэтому в широком потоке такого воздуха пальцам тепло. Если же руку нужно охладить, мы складываем губы «трубочкой», оставляя маленький зазор — в результате скорость воздушной струи оказывается гораздо больше. Удаляясь от губ, вышедший изо рта воздух смешивается с воздухом окружающим. Из-за этого струя замедляется и остывает. Обожженный палец мы располагаем в 10 - 15 см ото рта. На таком расстоянии воздух уже достаточно холодный, но еще сохраняет заметную скорость. Обдувая наш палец, он уносит молекулы воды, испарившейся с поверхности кожи. Испарение увеличивается, за счет теплоты парообразования палец остывает.

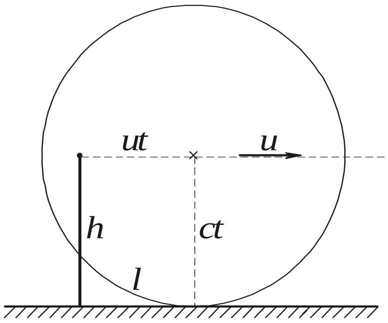
Если палец расположить у самых губ, то даже быстрый поток воздуха все равно будет согревать — в этом легко убедиться на опыте. Дело в том, что выдыхаемый воздух имеет в этом месте достаточно высокую температуру. Кроме того, он очень влажный (насыщен молекулами воды, испарившейся со слизистых оболочек нашего организма). Из-за этого даже быстрый поток такого воздуха не может увеличить скорость испарения. Он сможет это сделать только перемешавшись с воздухом окружающим — при этом упадет не только его температура, но и влажность.



4. (7) Дно сосуда отпадает при некоторой фиксированной силе давления на него сверху. Заметим, что давит на дно только жидкость, находящаяся непосредственно над ним (a), а вес остальной жидкости (b) приходится на стенки. Таким образом, чтобы дно отпало, масса находящейся над ним жидкости (a) должна достичь определенной величины. Чтобы это произошло, масло придется налить до большей высоты, чем воду, потому что его плотность меньше. А если наливать ртуть — до меньшей высоты (плотность ртути намного больше плотности воды). Заметим, что чем выше уровень жидкости в расширяющемся сосуде, тем бóльшая ее часть (по объему и по массе) находится над стенками — и, следовательно, тем меньшая над дном. В этом можно убедиться, рассмотрев предельные случаи: когда жидкости очень много, ее форма близка к конусу и она почти вся расположена над стенками, а когда жидкости мало, она представляет из себя тонкий диск со слегка срезанным краем, то есть почти вся находится над дном сосуда. Отсюда видно, что масла потребуется больше килограмма, так как из-за большей высоты меньшая, чем у воды, ее часть будет давить на дно. Аналогично, ртути потребуется меньше килограмма.

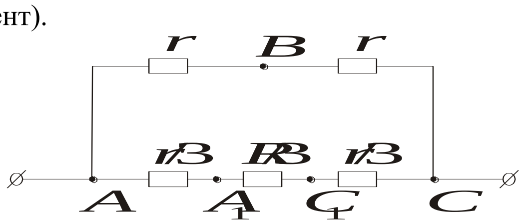
5. (7) Звуковые волны распространяются со скоростью звука относительно воздуха, то есть для наблюдателя, находящегося на земле, скорость звука складывается со скоростью ветра. При удалении от источника звук затухает, причем тем больше, чем больше расстояние, пройденное им *относительно воздуха*, так как ветер “сдувает” звуковую волну без изменений.

Рассмотрим звонок на столбе. При отсутствии ветра, он испускает сферические волны с центром на высоте h, радиус которых растет со скоростью звука. Точка на земле, в которой звук будет слышен громче всего — та, которой первой коснется расширяющаяся сферическая волна. Если ветра нет, то эта точка, очевидно, лежит у основания столба.



Если же ветер дует, и его скорость равна u, то волны, которые испускает звонок остаются сферическими и расходящимися со скоростью c, только их центры движутся по горизонтали со скоростью ветра. Такие волны достигают земли через время $t = h/c$ после испускания, так как скорость распространения звука вниз не изменяется ветром. При этом они приходят в точку, отстоящую от столба на расстояние $l = ut = uh/c$ (смещение центра сферической волны за время t). Именно на таком расстоянии от столба звук будет слышен громче всего.

6. (10) Основная идея решения заключается в том, что если в произвольной цепи из резисторов уменьшить все сопротивления в три раза, то сопротивление цепи также уменьшится в три раза. Этот факт достаточно очевиден, обосновать его можно, например, соображениями размерности: если все резисторы имеют сопротивление, измеряющееся в единицах r (r, $5r$, $11r$ и т.д.), то сопротивление цепи может быть только $r\times$(безразмерный коэффициент).



Обозначим сопротивление всей цепи через R. Если число треугольников очень велико, то внутренний участок между точками A_1 и C_1 полностью повторяет всю конструкцию, только все сопротивления в нем уменьшены в три раза. Значит, его сопротивление равно $R/3$. Сопротивления отрезков AA_1 и C_1C равны $r/3$. Таким образом, всю цепь можно представить в виде эквивалентной схемы, показанной на рисунке. Вычисляя ее сопротивление по правилам параллельного и последовательного соединения резисторов, получаем:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{(2/3)r + R/3}$$

Отсюда после преобразований получаем квадратное уравнение для R:

$$R^2 + 6rR - 4r^2 = 0$$

корни которого $R_{1,2} = \left(-3 \pm \sqrt{13}\right) r$. Второй из этих корней отрицателен и не имеет физического смысла.

Положительный корень $R = \left(\sqrt{13} - 3\right) r \approx 0,61r$ является ответом в задаче.

7. (10) Сила натяжения лестницы в любой момент будет максимальна у верхнего (закрепленного) конца. В этой точке она равна сумме силы тяжести $m'g$, действующей на распрямившуюся (остановившуюся) часть, и силы натяжения на нижнем конце этой части T_0. Для вычисления T_0 заметим, что элементы лестницы были собраны принцессой «в охапку», а не свернуты в моток или клубок. Поэтому все время до остановки они падают свободно, с ускорением g. Пролетев расстояние h, они приобретают скорость

$$v = \sqrt{2gh}$$

поскольку их начальная скорость равна нулю.

Рассмотрим теперь элемент лестницы, останавливающийся за малое время Δt. Его масса равна $\rho v \Delta t$ (ρ — линейная плотность лестницы), его импульс изменяется от $\rho v^2 \Delta t$ до нуля. Это изменение импульса ему сообщает сила натяжения T_0, значит,

$$\rho v^2\Delta t = T_0\Delta t$$

Отсюда получаем силу натяжения на нижнем конце

$$T_0 = \rho v^2 = 2\rho g h$$

Как видим, эта сила максимальна в самом конце разматывания лестницы, когда h равно ее длине l. В этот же момент достигает максимума сила тяжести $m'g$, действующая на остановившуюся часть лестницы ($m' = m$). Значит, сумма этих сил (натяжение в верхней точке) также максимальна и равна

$$T = mg + 2\rho gl = 3mg$$

Оказывается, чтобы не порваться при таком сбрасывании, лестница должна выдерживать как минимум три своих веса!

8. (12) Сила горения газа пропорциональна количеству газа, выходящему через отверстия конфорки в единицу времени. Для заданного типа конфорки можно считать, что эта величина пропорциональна скорости вытекания газа, которая в свою очередь пропорциональна разности давлений в трубе и в комнате.

Будем считать, что на первом и на 16-ом этажах стоят одинаковые плиты. Сравним разности давлений на этих двух высотах. Обозначим атмосферное давление на первом этаже через p_0. Давление в газовой трубе тогда равно $1{,}05p_0$, а разность давлений $\Delta p = 0{,}05p_0$.

С увеличением высоты падают оба давления (давление воздуха и давление природного газа). При этом, вообще говоря, уменьшаются и плотности газов. Однако на высоте в несколько десятков метров давления изменяются очень слабо, поэтому для оценки изменениями плотностей можно пренебречь. Тогда давление воздуха на 16-ом этаже $p_в = p_0 - \rho_в gH$, где $\rho_в$ — плотность воздуха, $H \approx 50$ м — высота 16-го этажа. Аналогично давление в газовой трубе на 16-ом этаже $p_г = 1{,}05p_0 - \rho_г gH$, где $\rho_г$ — плотность природного газа. Разность давлений на этой высоте

$$\Delta p' = p_г - p_в = 0{,}05p_0 + \left(\rho_в - \rho_г\right)gH = 0{,}05p_0 + \frac{M_в - M_г}{V_\mu}gH$$

Здесь $M_в = 29\times10^{-3}$ кг/моль, $M_г = 16\times10^{-3}$ кг/моль — молярные массы воздуха и газа (метана), $V_\mu = 22{,}4\times10^{-3}$ м^3/моль — молярный объем при нормальных условиях. Подставив численные значения, находим, что второе слагаемое в этой формуле (поправка к разности давлений из-за высоты) приблизительно равно 290 Па $\approx 0{,}003p_0$. Значит, $\Delta p' \approx 0{,}053p_0$ и

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} \approx 1{,}06$$

На 16-ом этаже газ горит сильнее примерно на 6%.

9. (12) Из описания явления следует, что для возникновения разряда напряженность электрического поля электрода должна достигнуть некоторого критического значения. Это значение определяется следующим условием: на длине свободного пробега электрона электрическое поле должно сообщать ему энергию, достаточную для ионизации нейтрального атома. В воздухе при нормальных условиях это условие начинает выполняться при напряженности поля, приблизительно равной 30 кВ/см.

Пусть φ — потенциал электрода относительно земли, E — максимальная напряженность электрического поля, создаваемого им в окружающем пространстве (для электрода в форме иглы это поле вблизи острия). Найдем с помощью метода анализа размерностей, как эти величины зависят от заряда электрода q и его линейного размера l. Рассматриваются электроды, подобные друг другу — все их линейные размеры различаются в одно и то же число раз, поэтому каждый из них однозначно характеризуется каким-то одним размером (например, толщиной). В формулы для φ и E кроме q и l может входить электрическая постоянная ε_0. Размерности этих величин

$$[q] = [\text{Кл}] \qquad [l] = [\text{м}] \qquad [\varepsilon_0] = \left[\frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}^2}\right]$$

Легко заметить, что из этих параметров невозможно составить безразмерную комбинацию — единица силы (Н) из ε_0 не может ни с чем сократиться. Это означает, что формула для φ может быть только одночленом $\varphi = A\varepsilon_0^x q^y l^z$, где A — безразмерный численный коэффициент. Показатели степени x, y и z можно определить, записав размерность потенциала и потребовав равенства размерностей левой и правой части. А можно угадать, если вспомнить формулу для потенциала точечного заряда. Эта формула показывает, что нужную размерность заведомо имеет комбинация

$$\varphi = A\frac{q}{\varepsilon_0 l}$$

Единственность такой комбинации следует из упомянутого выше факта — параметры задачи не позволяют составить из них безразмерную комбинацию. Аналогично, вспомнив формулу для напряженности поля точечного заряда, устанавливаем, что

$$E = B\frac{q}{\varepsilon_0 l^2}$$

B — еще один безразмерный коэффициент. Из этих двух формул получаем:

$$E = \frac{B}{A}\frac{\varphi}{l}$$

(Это, разумеется, можно было получить и непосредственно из соображений размерности.) Как видим, если линейные размеры электрода уменьшить в два раза, то необходимое для разряда поле будет получено при вдвое меньшем потенциале. Свечение начнется при потенциале электрода 5 кВ.

10. (10) а) Лепесток заведомо не будет вращаться в случае (1). Физическая ситуация с этом случае обладает зеркальной симметрией — и сама система (палочка с зарубками и лепестком), и способ воздействия на нее совпадают со своим отражением в зеркале. А любое выделенное направление вращения эту симметрию нарушает — вращение по часовой стрелке, например, после отражения станет вращением против часовой стрелки. Способ воздействия (2) не обладает зеркальной симметрией, поэтому, в принципе, допускает определенное направление вращения лепестка.

Эксперименты подтверждают этот вывод. Если водить палочкой по середине зарубок, лепесток совершает хаотические колебания в разные стороны.

б) Мы не можем привести детальное объяснение механизма данного явления. Такое объяснение заведомо является очень сложным и далеко выходящим за рамки элементарной (школьной) физики. Можно назвать следующие простые соображения, отчасти раскрывающие картину происходящего.

Движение палочки по зарубкам приводит в частым периодическим ударам по палочке с лепестком. Из-за этих ударов в палочке возникают поперечные колебания (точнее, упругие изгибные волны). Эти колебания можно представить как сумму колебаний в двух плоскостях — горизонтальной (параллельной зарубкам) и вертикальной (перпендикулярной зарубкам). И те, и другие имеют частоту, равную частоте ударов по зарубкам. Если бы фазы этих колебаний совпадали, колебания оси лепестка имели бы линейную поляризацию и ни к какому вращению привести не могли. Видимо, различие динамических свойств палочки в этих двух плоскостях (они по-разному расположены относительно зарубок) приводит к тому, что колебания происходят со сдвигом по фазе. Их сумма тогда является колебанием круговой поляризации — ось совершает движение по кругу и приводит лепесток во вращение из-за трения между ними.

Круговой характер вибраций оси в этом устройстве подтверждается экспериментом. Если приклеить к оси маленькое зеркало, направить на него луч лазера и наблюдать лазерный «зайчик» на достаточно удаленном экране — можно увидеть, что этот «зайчик» описывает окружность.